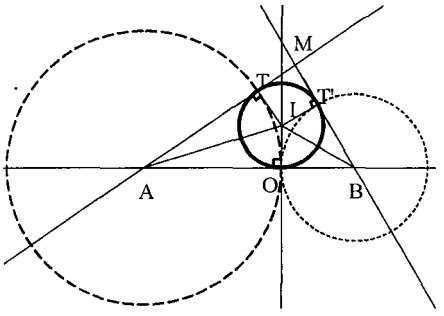
EXERCICE 1

1)



a- MA – MB = MT + TA – MT′ – T′B.

⋆ Les triangles AOI et ATI sont isométriques car IO=IT, les deux triangles sont rectangles et enfin ils ont un coté commun.

$\Rightarrow$ AT = OA = a.

• De la même manière on montre que :

∗ BIO et BIT' sont isométriques $\Rightarrow$ BT′ = BO = b

∗ MTI et MT'I sont isométriques $\Rightarrow$ MT = MT′.

Par suite MA – MB=MT + a – MT – b=a – b qui est un réel fixe.

b- MA – MB = a – b > 0 de plus AB=AO+OB=a+b>a-b

D'où M appartient à l'hyperbole $\mathscr{H}$ de foyers A et B et de distance au sommet (a – b).

Désignons par J=A ∗ B .Alors J est le centre de $\mathscr{H}$

•OA – OB = a – b et O ∈ (AB) (l'axe focal de $\mathscr{H}$)

$\Rightarrow$ O est un sommet de $\mathscr{H}$ et l'autre sommet O′ le symétrique de O par rapport à J.

c- MTI et MT'I sont isométriques $\Rightarrow \widehat{TMI} = \widehat{IMT'}$

$\Rightarrow$ (MI) porte la bissectrice interieur du secteur [MT, MT′] qui est le secteur [MA, MB].

$\overset{th}{\Rightarrow}$ (MI) est la tangente en M à $\mathscr{H}$.

2)

a- MA+MB=AT-MT+MT'+T'B

Or MT=MT' (car MTI et MT'I sont isométriques) aussi AT=AO=a et BO=BT'=b. D'où MA+MB=a+b.

b- MA+MB=a+b de plus AB=AO-BO=a-b<a+b.

$\Rightarrow$ M appartient à l'ellipse (E) de foyers A et B et de distance au sommet a+b.